

Az ikerprímek száma

Kivonat

A 2, illetve 4 különbségű prímszám-párok számtani középértékei egy-egy kivételtől eltekintve a 3-mal osztható páros, illetve páratlan számok sorozatába tartoznak, így azok a kétféle - I. rendű, illetve II. rendű („unokatestvér”) - ikerprímszám-párt egyértelműen reprezentálják. A számtani középértékeket, mint a sorozatok tagjait, a tagok sorszáma szintén egyértelműen reprezentálja, ezekkel tehát a 2, illetve 4 különbségű ikerprímek kettős reprezentációját alkalmazhatjuk.

A komplementer prímszita (CPS) megfelelő alternatív változata alkalmas arra, hogy a jelzett sorozatok tagjainak sorszámai között - tehát az egész számok sorában - megjelöljük, és ezzel elkülönítsük a nem ikerprímet reprezentáló elemek sorszámainak. A legalább egy összetett tagot reprezentáló szám-párok középérték sorszámainak (összetett szám sorszámai) megjelölése ezzel a módszerrel végtelen sok esetben többszörös. Emellett azonban az ikerprímet reprezentáló sorszámai a CPS-re épülő **fokozatos szűrés** alkalmazásával is elkülöníthetők a diszjunkt végtelen számtani sorozatokba rendezett összetett szám sorszámainak, miáltal a többszöri megjelölés elkerülhető.

Az alternatív CPS nem diszjunkt sorozatainak legkisebb abszolút értékű tagjai kétszeresen a 0-tól eltérő egész számok teljes sorát alkotják, amelyek azonban nem elemei a CPS-nek, és így sorozatként a fokozatos szűréssel sem kerülnek kiszűrésre. Az ikerprímek száma tehát csak akkor lehetne véges, ha az alternatív CPS-sel elkülöníthető sorozatok abszolút értékben nem legkisebb tagjai, illetve a fokozatos szűréssel elkülöníthető diszjunkt sorozatok tagjai valamely pozitív számhatár felett és negatív számhatár alatt ismét lefednék az egész számok sorát. Ebből következően, és mivel a prímek száma nem korlátos, ehhez szükséges lenne, hogy az ikerprímszám-párok különbsége szerint a feltételezett pozitív számhatár felett és a negatív számhatár alatt minden prímhez összetett szám tartozzon.

A szűrési fokozatok az egyes prímszámokhoz, illetve azok sorszámaikhoz rendelhetők, számuk ezért nem korlátos. Fokozatonként bezárólag azonban számítható az alkalmazott algoritmussal még ki nem szűrt, tehát potenciálisan még ikerprímet reprezentáló elemek előfordulásának a fokozatban meghatározott alsó számtani középérték sorszámai-határ feletti, a fokozathoz rendelt periódusonként azonos gyakorisága. Mivel az i . fokozatban nincsen a P_i^2 sorszámainál kisebb kiszűrhető elem, a P_{i+1}^2 sorszámainál kisebb ki nem szűrt sorozattagok ikerprím számtani középérték sorszámai. Ezek számának meghatározására közelítő módszerek alkalmazhatók, a számított gyakoriság felhasználásával.

Az ikerprímek és a prímek fokozatos szűréssel számított közelítő sűrűsége alkalmas arra, hogy a Hardy és Littlewood által ikerprím-sejtésként ismertett összefüggést, mint a prímszám-törvény szükséges következményét igazolja.

Az ikerprímek szűrésénél ki nem szűrhető, tehát bizonyosan ikerprímet reprezentáló számtani középérték sorszámai átlagos sűrűsége csökkenő tendenciájú. A fokozatonként bezárólag még ki nem szűrt, ezért ikerprímet csak potenciálisan reprezentáló elemek számítható, periódusonként megegyező gyakorisága azonban állandó, és csak a fokozatok sorszámaival csökken. Ezért bizonyos, hogy van a sorszámainak olyan 0-tól kezdődő, szűrési fokozatonként növekvő, vagy (ikerprím előfordulás esetén) nem csökkenő intervalluma, amelyben az ikerprímet reprezentáló sorszámai átlagos sűrűsége nagyobb, mint a fokozatra számított gyakoriság. Ha tehát ez utóbbinak az intervallum elemszámaival való szorzata a fokozatok növekvő sorszáma szerint minden korláton túl nőhet, akkor az ikerprímek száma sem lehet korlátos.

A fokozatos szűrés - algoritmus szerint - vég nélkül folytatható, és valamely meghatározott fokozatban kiszűrt elemek a megelőző fokozatokban ki nem szűrt elemektől kiinduló végtelen számtani sorozatok tagjai. Ebből következően igazolható, hogy bármely korlátos számhatár felett létezik olyan ki nem szűrt elem, amely a további fokozatokban már nem kerül kiszűrésre, tehát ikerprímet reprezentál. Ezért nincsen olyan pozitív és negatív számhatár, amely felett, illetve alatt minden prímhez az ikerprímszám-párok különbsége szerint összetett szám tartozna.