

3. Fokozatos szűrés alkalmazása az I. rendű ikerprímeket nem reprezentáló elemeknek a potenciálisan I. rendű ikerprímeket reprezentáló elemek halmazától való elkülönítésére

3.1. A fokozatos szűrés műveletéhez kapcsolódó alapfogalmak

DEFINÍCIÓ 3.1.1. A **fokozatos szűrés** olyan algoritmus, amellyel a potenciális ikerprímeket reprezentáló számtani középérték sorszámok halmazára alkalmazott eratoszthenészi szita, illetve a sorszámokra módosított CPS által meghatározott sorozatokat diszjunkt részsorozatokra konvertálva, majd ezeket fokozatosan elhagyva, lehetőség nyílik a szűrési fokozathoz rendelt küszöbérték felett a fokozattal bezárólag kiszűrhető és ki nem szűrhető tagok átlagos sűrűségének számítására.

DEFINÍCIÓ 3.1.2. $i \geq 3$ esetben az i . szűrési fokozat **periódusai** az egymást követő n_A sorszámok

$$(28) \quad \Delta_i = P_3 P_4 \dots P_i = \Delta_{i-1} P_i$$

elemszámú $(m\Delta_i + k_i, (m+1)\Delta_i + k_i]$ intervallumai, ahol m minden egész értékét felveheti, de $m \neq -1$, és $\Delta_i > k_i \geq j_i$, amit a 3.1.3. Definíció határoz meg. A periódusokban a fokozattal bezárólag ki nem szűrt elemek sűrűsége, illetve száma megegyezik, hasonlóan a kiszűrt elemek sűrűségéhez, illetve számához.

Az i . szűrési fokozathoz az n_A sorszámokat Δ_i különbségű számtani sorozatokba rendezzük, ezért ez lesz a fokozatban kiszűrt végtelen számtani sorozatok különbsége is. A fokozat periódusaiba így a fokozatban kiszűrt sorozatok egy-egy tagja tartozik.

A **sorozat különbség reciprokának** jelölésére alkalmazzuk a v_i szimbólumot:

$$(29) \quad v_i = 1/\Delta_i = 1/(\Delta_{i-1} P_i)$$

DEFINÍCIÓ 3.1.3. Az i . szűrési fokozat $(m\Delta_i + j_i, (m+1)\Delta_i + j_i]$ periódusainak **j_i küszöbértéke**:

$$(30) \quad j_i = \text{int}[(P_i + 1)/6] \geq j_s, \text{ ahol } i \geq s \text{ és } P_{s+i} = P_s + 2; \text{ l. a (43) összefüggést is.}$$

A 4.1. Észrevételnek megfelelően, míg az $(m\Delta_i + k_i, (m+1)\Delta_i + k_i]$ intervallumok bizonyosan az i . szűrési fokozat periódusai, a $0 \leq k_i^* < j_s \leq j_i$ és $m = 0$ esetben a $(k_i^*, \Delta_i + k_i^*]$ intervallum nem tekinthető periódusnak, mivel a $(k_i^*, \Delta_s + k_i^*]$ részintervallumában az s . fokozatban kiszűrhető elemek száma páratlan, és l -gyel kevesebb, mint az s . fokozat $(m\Delta_s + k_s, (m+1)\Delta_s + k_s]$ periódusaiban, ahol $k_s \geq j_s$.

DEFINÍCIÓ 3.1.4. Az egyes szűrési fokozatokkal bezárólag kiszűrt, illetve ki nem szűrt, megegyező különbségű n_A sorszám sorozatok párosíthatók: ezek fele a (4) szerinti B , fele pedig az F végtelen számtani sorozat tagjainak felelnek meg. A sorozat-tag párok számtani középértéke 3-mal osztható, ezért sorszámuk számtani középértéke az utoljára alkalmazott (i .) szűrési fokozat egymást követő fél periódusaiban váltakozva az n_A , illetve az n_D sorszám sorozatba tartozik. Így az $m = 0, -1$ esetek kivételével m egész értékei mellett az i . szűrési fokozattal bezárólag kiszűrt, illetve ki nem szűrt n_A sorozat párok azonos $[m\Delta_i, (m+1)\Delta_i]$ – páros elemszámú – intervallumokba tartozó, páros-páratlan tag-párjainak számtani középértékei a **$T_{m/i}$ tükörpontok**, amelyek n_D sorszám elemek. Számértékük:

$$(31) \quad T_{m/i} = T_{0/i} + m\Delta_i, \text{ ahol } 6T_{m/i} = D_{T_{m/i}} = 6T_{0/i} + m P_1 P_2 \Delta_i, \text{ mivel}$$

$$(32) \quad T_{0/i} = \Delta_i/2, \quad 6T_{0/i} = D_{T_{0/i}} = 3 \Delta_i \quad (m=0)$$

Az i . szűrési fokozattal bezárólag kiszűrt és ki nem szűrt n_A sorozat párok m minden egész értéke mellett azonos $((m+1/2)\Delta_i, (m+3/2)\Delta_i)$ – páratlan elemszámú – periódusokba tartozó tagjainak a számtani középértékei az $(m+1)\Delta_i$ számértékű n_A sorszám elemek, melyek a fokozattal bezárólag nem kerülnek kiszűrésre. A tag-párok számértékei párosak, vagy páratlanok.

A $T_{m/i}$ tükörpontok és az $(m+1)\Delta_i$ számértékű n_A sorszám elemek az i . fokozattal bezárólag elvégzett szűrés után nem csak a jelzett intervallumok, illetve periódusok számtani középértékei, hanem az intervallumok azon elem-párjainak is, amelyeknek kisebb tagja ezeknél kisebbek.

ÉSZREVÉTEL 3.1.1. Az i . szűrési fokozat esetében $T_{0/i}$ általában a $(0, \Delta_i]$ intervallumban kiszűrt első sorozattagok számtani középértéke, kivéve, ha valamely kiszűrésre kerülő sorozat 1. tagja a $(0, j_i]$ intervallum j_i eleme, mivel ebben az esetben $(P_{i+1}=P_i+2)$ a már hivatkozott 4.1. Észrevétel szerint a sorozatnak ez a tagja nem szűrhető ki. Az ilyen sorozat kiszűrt 2. tagja a $(\Delta_i, \Delta_i+j_i]$ intervallum, míg a ki nem szűrhető 1. tagjának a $T_{0/i}$ számtani középérték szerinti kiszűrt párja a $[\Delta_i-j_i, \Delta_i)$ intervallum eleme. Ez utóbbi két intervallumban a kiszűrt, két különböző sorozathoz tartozó 1., illetve 2. sorozattagnak Δ_i a számtani középértéke.

Ha általános törvényszerűségnek tekintjük, hogy az i . szűrési fokozattal bezárólag elvégzett szűrésnél a fokozatban és a megelőző fokozatokban kiszűrt, illetve ki nem szűrt elemek számtani középértékekre nézve periódusonként párosíthatók, akkor a $(0, \Delta_i]$ intervallum nem tekinthető periódusnak, hiszen ez a követelmény már a $(0, \Delta_3]$ intervallum esetében sem áll fenn. A törvényszerűség - a 3.1.4. Definíció szerinti feltételeket általánosítva - $m \geq 0$ és $T_{m/i} \geq k_i \geq j_i$ feltételek mellett az $(m\Delta_i+k_i, (m+1)\Delta_i+k_i]$ periódusokban teljesül. Ekkor $T_{m/i}$ az $(m\Delta_i+k_i, (m+1)\Delta_i-k_i)$, $(m+1)\Delta_i$ pedig az $((m+1)\Delta_i-k_i, (m+1)\Delta_i+k_i]$ részintervallumokban kiszűrt elemeknek a számtani középértéke. Az ilyen periódusokon belül a fokozatban kiszűrt sorozatok azonos sorszámú tagjainak $T_{m/i}$, míg l -gyel eltérő sorszámú tagjainak $(m+1)\Delta_i$ a számtani középértéke. Az utóbbi középértékek a fokozattal bezárólag ki nem szűrt n_A sorszám elemek.

A $T_{m/i}$ számértékek és az $(m+1)\Delta_i$ számértékű elemek m minden értéke mellett a (j_i, ∞) intervallum periódusain belül csak az i . és a megelőző szűrési fokozatok kiszűrt és ki nem szűrt elemeinek a számtani középértékei. A további szűrési fokozatok periódusaiban ezek közül már csak m meghatározott értékeihez tartozó tükörpontok és elemek maradnak számtani középértékek. A $(0, j_i]$ intervallumban kiszűrt, illetve ki nem szűrt elemeknek olyan pozitív számértékű számtani középértéke, melyre nézve azok párosíthatók lennének nincsen, de nyilvánvaló, hogy 0 minden fokozatban a ránézve szimmetrikus intervallumoknak, tehát a $[-j_i, j_i]$ intervallum kiszűrt, illetve ki nem szűrt elemeinek is számtani középértéke.

DEFINÍCIÓ 3.1.5. Nevezzük az i . szűrési fokozat **szimmetrikus periódusainak** az n_A sorszámok $((m+1)\Delta_i, (m+2)\Delta_i]$, illetve $(T_{m/i}, T_{(m+1)/i})$ intervallumait. Ezekben a fokozattal bezárólag kiszűrt, illetve ki nem szűrt elemek számtani középértékükre vonatkozóan párosak, ami az előbbi intervallumban $T_{(m+1)/i}$, az utóbbi szimmetrikus periódusban $(m+1)\Delta_i$.

Az azonos szűrési fokozat szimmetrikus periódusainak elemszáma megegyezik, de a $T_{(m+1)/i}$ számtani középérték és a $(T_{m/i}, T_{(m+1)/i})$ periódusok feltüntetett alsó és felső határa nem n_A sorszám elem. A periódusokban a fokozattal bezárólag kiszűrt elemek száma páros, a ki nem szűrtéké páratlan.

DEFINÍCIÓ 3.1.6. Az i . szűrési fokozat **szegmenseinek** nevezzük a fokozatot megelőzően még ki nem szűrt n_A sorszámoknak a $[0, \Delta_{i+1})$ intervallumba tartozó, az algoritmus szerint rendezett P_i számú sorait.

A szegmensek **sorait** Δ_i különbségű végtelen számtani sorozatok első P_{i+1} számú tagjai alkotják.

A sorok azonos sorszámú tagjainak Δ_{i-1} különbségű, P_i tagszámú számtani sorozatai a szegmensek **oszlopai**.

A $[0, \Delta_{i+1})$ intervallumban az $(i-1)$. szűrési fokozattal bezárólag ki nem szűrt elemek - a 4.1. Észrevétel indoklása szerint a $(0; j_{i-1}]$ részintervallum ki nem szűrhető elemeitől eltekintve - így Z_i számú szegmensbe sorolhatók. A jelzett részintervallum ki nem szűrt, I. rendű ikerprímeket reprezentáló elemei nem tartoznak a szegmensekbe, ennek megfelelően az alternatív CPS-ben megjelölt sorszámok halmazába sem. Minden $i \geq 3$ esetben a **szegmensek száma**:

$$(33) \quad Z_i = (P_2-2)(P_3-2)\dots(P_{i-1}-2) = Z_{i-1}(P_{i-1}-2)$$

DEFINÍCIÓ 3.1.7. Az i . szűrési fokozatban a szegmensek P_i számú sorai közül 2 sor kerül kiszűrésre. Ezek a (4) szerinti B , illetve F sorozatból kiszűrt végtelen számtani részsorozatok első P_{i+1} számú tagjai. Eszerint az i . szűrési fokozatban **kiszűrt sorozatok száma**:

$$(34) \quad K_i = 2Z_i$$

K_i megegyezik az i . szűrési fokozatban **periódusonként kiszűrt elemek számával**.

Valamely szűrési fokozatban a kiszűrésre kerülő sorozatok **kezdő sorozata** a legkisebb pozitív tagot tartalmazó sorozat. A legkisebb pozitív tag ikerprím esetén nem szűrhető ki: l. a 3.1.10. Definíciót.

DEFINÍCIÓ 3.1.8. Az i . szűrési fokozatban a kiszűrt végtelen számtani sorozatokkal megegyező különbségű **ki nem szűrt sorozatok száma**:

$$(35) \quad \delta_i = Z_{i+1} = (P_3-2)(P_4-2)\dots(P_i-2) = Z_i(P_i-2)$$

DEFINÍCIÓ 3.1.9. Az i . **szűrési fokozat periódusainak s_i sorszáma** azoknak az $((s_i-1)\Delta_i+k_{si}, s_i\Delta_i+k_{si}]$ periódusoknak a sorszáma, amelyeknél $s_i = m+1 = 1, 2, \dots$ és

$$(36) \quad 0 < j_i \leq k_{si} < n_{Ai} = (P_i^2-1)/6$$

Az i . szűrési fokozat **1. periódusa** tehát a $(k_{si}, \Delta_i+k_{si}]$ intervallum. Ha csak a $j_i \leq k_i$ feltétel teljesül (l.: 3.1.2. Definíció), a fokozatban kiszűrt K_i számú végtelen számtani sorozat egy-egy tagja eleme lesz a fokozat $((s_i-1)\Delta_i+k_i, s_i\Delta_i+k_i]$ periódusainak. A fokozatban kiszűrt minden sorozat tag azonban bizonyosan csak akkor eleme a periódusoknak, ha a $k_i = k_{si} < n_{Ai}$ korlátozás is teljesül.

DEFINÍCIÓ 3.1.10. A pozitív ikerprímek szűrésének i . fokozatában az n_A sorszámok közül a P_i -vel osztható számokat reprezentáló, a megelőző fokozatokban még ki nem szűrt elemeket szűrjük ki. Ezért az $i \geq 3$ szűrési fokozatokban az n_{Aik} **kiszűrésre kerülő legkisebb elem**:

$$(37) \quad \begin{aligned} T_{0/(i>3)} &> n_{Aik} \geq n_{Ai} = (P_i^2-1)/6 \\ T_{0/3} = 2,5 &< n_{A3k} = n_{A3} = (P_3^2-1)/6 = 4 \end{aligned}$$

n_{Aik} nem tagja a kezdő sorozatnak, ha annak 1. tagja n_{Ai} -nél kisebb. A 4.1. Észrevétel szerint minden $P_s + 2 = P_{s+1}$ esetben ($3 \leq s \leq i$) a kezdő sorozat 1. tagja nem szűrhető ki, 2. tagja pedig a $(0, \Delta_s]$ intervallumon kívül van, így abban az s . fokozattal kiszűrt elemek száma: $K_s - 1$.

DEFINÍCIÓ 3.1.11. Az n_A sorszámok meghatározott intervallumában a kiszűrt és ki nem szűrt elemek **átlagos sűrűsége** ezek számának és az intervallum összes elemszámának a hányadosa.

A **ki nem szűrt elemek átlagos sűrűségének** jelölése: R . Ezt a figyelembe vett intervallum megjelölése mellett kell alkalmazni. A figyelembe vett sorszám intervallumoktól függően kétféle sűrűséggel számolhatunk:

- R_θ átlagos sűrűség: θ -tól az intervallum határig ki nem szűrt sorszámok számának és az intervallum határának a hányadosa (balról nyílt intervallum);
- R_c a szűrés meghatározott periódusán, illetve periódusain belüli átlagos sűrűség.

Az R ki nem szűrt n_A sorszám-elem sűrűségek a 6-tal osztható számintervallum Q_A elemsűrűségének 6-szorosai, és tetszőleges egész-szám intervallum Q elemsűrűségének kb. 6-szorosai:

$$(38) \quad R = 6Q_A \approx 6Q \quad R_\theta = 6Q_{\theta A} \approx 6Q_\theta \quad R_c = 6Q_{cA} \approx 6Q_c$$

DEFINÍCIÓ 3.1.12. A kiszűrt és ki nem szűrt elemek előfordulásának **gyakorisága** ezek periódusonkénti számának és a periódus összes elemszámának a hányadosa.

DEFINÍCIÓ 3.1.13. Az **utoljára kiszűrt tagok gyakorisága (N_i)**: az i . szűrési fokozatban kiszűrt valamennyi sorozat tagjainak gyakorisága a fokozat periódusaiban. A periódusokba a kiszűrt sorozatok egy-egy tagja tartozik, így (34) felhasználásával:

$$(39) \quad \begin{aligned} N_i &= 2Z_i/\Delta_i = K_i\nu_i = 2\delta_{i-1}\nu_i &= 2(P_3-2)(P_4-2)\dots(P_{i-1}-2)/(P_3P_4\dots P_i) &= \\ &= (2/P_i) * [(P_3-2)/P_3] [(P_4-2)/P_4] \dots [(P_{i-1}-2)/P_{i-1}] &= (2/P_3) * [(P_3-2)/P_4] [(P_4-2)/P_5] \dots [(P_{i-1}-2)/P_i] \end{aligned}$$

DEFINÍCIÓ 3.1.14. Az ***i*-edik szűrési fokozattal bezárólag kiszűrt tagok gyakorisága** ($N_{i\Sigma}$): az *i*. szűrési fokozatot megelőző fokozatokban már kiszűrt valamennyi sorozat-tag gyakoriságának ($N_{(i-1)\Sigma}$) és az $-i$. szűrési fokozatban – utoljára kiszűrt tagok gyakoriságának (N_i) összege a fokozat periódusaiban:

$$\begin{aligned}
 (40) \quad N_{i\Sigma} &= N_{(i-1)\Sigma} + N_i = \\
 &= 2[1/P_3 + (P_3-2)/(P_3P_4) + (P_3-2)(P_4-2)/(P_3P_4P_5) + \dots + (P_3-2)(P_4-2)\dots(P_{i-1}-2)/(P_3P_4\dots P_i)] = \\
 &= 1 + [-(P_3-2)/P_3 + 2(P_3-2)/(P_3P_4)] + 2(P_3-2)(P_4-2)/(P_3P_4P_5) + \dots \\
 &\quad + 2(P_3-2)(P_4-2)\dots(P_{i-1}-2)/(P_3P_4\dots P_i) = \\
 &= 1 + [-(P_3-2)(P_4-2)/(P_3P_4) + 2(P_3-2)(P_4-2)/(P_3P_4P_5)] + 2(P_3-2)(P_4-2)(P_5-2)/(P_3P_4P_5P_6) + \dots \\
 &\quad + 2(P_3-2)(P_4-2)\dots(P_{i-1}-2)/(P_3P_4\dots P_i) = \dots \\
 &= 1 + [-(P_3-2)(P_4-2)\dots(P_{i-1}-2)/(P_3P_4\dots P_{i-1}) + 2(P_3-2)(P_4-2)\dots(P_{i-1}-2)/P_3P_4\dots P_i] = \\
 &= 1 - (P_3-2)(P_4-2)\dots(P_{i-1}-2)/(P_3P_4\dots P_i) = 1 - \delta_i/\Delta_i = 1 - \delta_i v_i
 \end{aligned}$$

A kiszűrt tagok előfordulásának gyakoriságát a ki nem szűrt tagok előfordulásának gyakorisága egészíti ki 1 -re, ami az előzőek alapján számítható.

DEFINÍCIÓ 3.1.15. A **ki nem szűrt tagok gyakoriságának változása az utoljára alkalmazott szűrési fokozatban** (G_i): az *i*. szűrési fokozat periódusaiban a ki nem szűrt sorozat-tagok gyakoriságának csökkenése:

$$(41) \quad G_i = -N_i = -2Z_i/\Delta_i = -2\delta_{i-1}v_i = -K_i v_i = 2(N_{(i-1)\Sigma} - 1)/P_i$$

DEFINÍCIÓ 3.1.16. Az ***i*-edik szűrési fokozattal bezárólag ki nem szűrt tagok gyakorisága** ($G_{i\Sigma}$): az *i*. szűrési fokozatot megelőző fokozatokban még ki nem szűrt sorozat-tagok gyakoriságának ($G_{(i-1)\Sigma}$) az $-i$. szűrési fokozatban – utoljára kiszűrt tagok gyakoriságával (N_i) csökkentett értéke:

$$(42) \quad G_{i\Sigma} = G_{(i-1)\Sigma} + G_i = 1 - N_{(i-1)\Sigma} - N_i = 1 - N_{i\Sigma} = \delta_i/\Delta_i = \delta_i v_i$$

A definíciót l. még a 4.4. Észrevételben is.

3.2. A fokozatos szűrés algoritmusának műveletei (*i*. szűrési fokozat)

Az *i*. szűrési fokozatban a megelőző fokozatokban még ki nem szűrt, ezért potenciálisan I. rendű ikerprímeket reprezentáló n_A sorszám elemek $Z_i P_i$ számú, Δ_i különbségű végtelen számtani sorozatából szűrjük ki azoknak az elemeknek a végtelen számtani sorozatait, amelyekre $P_i \mid (6n_A \pm 1)$. A P_i -nél kisebb prímtényezővel való oszthatóság miatt kiszűrhető elemek az *i*. fokozatot megelőző fokozatokban kerültek kiszűrésre, a további műveletekben pedig a potenciálisan I. rendű ikerprímeket reprezentáló elemek halmazából a P_i -nél nagyobb prímtényezővel való oszthatóság miatt még ki nem szűrt, kritérium szerinti elemeket kell elkülöníteni. A műveletek a következő algoritmus szerint végezhetők:

1. művelet: Konvertálás

Az n_A sorszámok megelőző szűrési fokozatokban ki nem szűrt, rendezett sorozatainak száma:

$$K_i + \delta_i = \mathbf{Z}_i P_i \quad (34) \text{ és } (35) \text{ összefüggés}$$

Ezeknek a $(0, \Delta_i]$ intervallumba tartozó, soronként P_i számú tagját a köztük kiszűrésre megjelölt két-két taggal együtt a $(0, \Delta_{i+1}]$ intervallum szegmenseinek 1. oszlopaivá alakítjuk.

Periódus: Δ_i (28) összefüggés, *i*. fokozat

Δ_{i+1} (*i*+1). fokozat

Szegmensek száma: \mathbf{Z}_i (33) összefüggés, $(0, \Delta_{i+1}]$ intervallum

2. művelet: Sorozatok képzése

A szegmensek 1. oszlopának tagjait sorozat-kezdetként felhasználva, Δ_i különbséggel végtelen számtani sorozatok első P_{i+1} számú tagját képezzük, ezek alkotják a $(0, \Delta_{i+1}]$ intervallum szegmenseinek sorait.

3. művelet: Szűrés

A szegmensek 1. oszlopában megjelölt két-két taghoz tartozó sorozatokat „kiszűrjük” (pl. a sorozat elemeit a sorozatkezdő tag kiemelésére használt jelzéssel látjuk el). A 3.1.1. Észrevétel szerint $P_{i-1}+2=P_i$ esetben a kezdő sorozat a kiszűrhetőktől eltérően jelölt 1. tagja nem szűrhető ki, ez az elem a $(0, j_i]$ intervallumba tartozik, ezért nem tagja az i . és a további fokozatok periódusainak sem.

Az i . fokozatban kiszűrt sorozatok száma:

$$K_i = 2Z_i \quad (34) \text{ összefüggés}$$

Az (i . fokozatban) utoljára kiszűrt elemek gyakorisága (periódusonként) az n_A sorszámok között:

$$N_i = K_i v_i \quad (29) \text{ és } (39) \text{ összefüggés}$$

Az i . szűrési fokozattal bezárólag kiszűrt elemek gyakorisága (periódusonként) az n_A sorszámok között:

$$N_{i\Sigma} = 1 - \delta_i v_i \quad (35) \text{ és } (40) \text{ összefüggés}$$

Az i . fokozatban ki nem szűrt sorozatok száma:

$$\delta_i = Z_i(P_i - 2) \quad (35) \text{ összefüggés}$$

Az i . fokozatban ki nem szűrt elemek gyakoriságának csökkenése (periódusonként):

$$G_i = -K_i v_i \quad (41) \text{ összefüggés}$$

Az i . szűrési fokozattal bezárólag ki nem szűrt elemek gyakorisága (periódusonként):

$$G_{i\Sigma} = \delta_i v_i \quad (42) \text{ összefüggés}$$

Az i . szűrési fokozatot követő fokozatok műveleteiben (szegmenseiben) a már kiszűrt sorozatok nem szerepelnek, így a $(0, j_i]$ intervallumba tartozó kiszűrt és ki nem szűrt n_A sorszámok sem.

4. művelet: Kijelölés

A 2. művelet során képzett, de ki nem szűrt sorokban kijelöljük azt a két-két tagot - a ki nem szűrt sorozatoknak a $(0, \Delta_{i+1}]$ intervallumba eső P_{i+1} tagja között -, amelyek az $(i+1)$. szűrési fokozatban kiszűrendő sorozatok 1. tagjai. A 4.1. Észrevétel szerint minden $P_s+2=P_{s+1}$ esetben a kezdő sorozat 1. tagja nem szűrhető ki, ezért azt a kiszűrhetőktől eltérően jelöljük meg.

ÉSZREVÉTEL 3.2.1.
melyekre:

A **kijelölendő sorozattagok** azok az $n_{AB\delta_{i+1}}$ és $n_{AF\delta_{i+1}}$ sorszámok,

a. $P_{i+1} | (6n_{AB\delta_{i+1}} + 1)$, illetve $P_{i+1} | (6n_{AF\delta_{i+1}} - 1)$

A $(0, \Delta_{i+1}]$ intervallum minden $(P_{i+1}$ tagszámú) sorában azok az $(n_{AB\delta_{i+1}}, n_{AF\delta_{i+1}})$ sorszám-párok jelölendők ki, melyekre:

b. $P_{i+1} | (n_{AB\delta_{i+1}} + n_{AF\delta_{i+1}})$

c.	A jelzett intervallum		
	$0, \Delta_i, 2\Delta_i, \dots, (P_{i+1}-1)\Delta_i$ sorában	1	esetben,
	a sor szegmensében további	$P_i - 3$	esetben,
	az 5-tel osztható sorszámok további szegmenseiben	$(P_i - 2)[(Z_i/3) - 1]$	esetben,
	a 2, 7 és 3, 8 számjegyekre végződő sorszámok szegmenseiben	$\frac{2Z_i(P_i - 2)}{3}$	esetben,
összesen tehát	$Z_i(P_i - 2)$	esetben	

jelölendők ki azok a b. kritériumnak is megfelelő sorszám-párok, amelyek tagjai azonban a $0, \Delta_i, 2\Delta_i, \dots, (P_{i+1}-1)\Delta_i$ sor kivételével nem azonos sorokban fordulnak elő, és amelyekre az $n_{AB\delta_{i+1}} + n_{AF\delta_{i+1}} = \Delta_{i+1}$ feltétel is teljesül.

Az i . szűrési fokozatot bemutató táblázatokban (Függelék IP 8.-11. táblázat) a c. feltétel szerinti sorszám párok $T_{0/i+1}$ számtani középértéke a felsorolt eseteknek megfelelően $i-1$ számú helyen jelölhető ki.